Sharif Civil Engineering Journal (2025), **41**(3), 35-46

Sharif University of Technology

Sharif Civil Engineering Journal

https://sjce.journals.sharif.edu



Research Article

Reducing Computational Cost of Meso-Scale Analysis of Masonry Structures Using a Combination of Topology Optimization and the Drucker-Prager Yield Criterion

Nima Khorami[1], Ali Nikkhoo*[1], Ali Sadollah[2], Ali Permanoon[3] and Farzad Hejazi[4]

[1]Faculty of Civil Engineering, University of Science and Culture, Tehran.
[2] Faculty of Mechanical Engineering, University of Science and Culture, Tehran.
[3] Faculty of Civil Engineering, Razi University, Kermanshah.
[4] Faculty of Civil Engineering, Putra University, Malaysia.
* corresponding author:(nikkoo@usc.ac.ir)

Article Info

Article history:

Received: 15 June 2024

Revised: 18 August 2024

Accepted: 10 September 2024

Keywords:

Masonry structures,
macro-scale,
meso-scale,
optimization,
topology optimization.

Abstract

Modeling masonry structures at the meso-scale, while yielding precise results, is often associated with significant computational costs. This paper introduces an innovative approach that mitigates these costs by integrating topology optimization with the Drucker-Prager yield criterion in meso-scale analysis. The proposed method commences with macro-scale numerical models, employing the Drucker-Prager criterion to account for material behavior under loading. The loading process is segmented into multiple incremental steps. At each step, a fraction of the total load is applied to the model, which subsequently undergoes topology optimization. This optimization aims to maximize structural stiffness while adhering to material distribution constraints. Throughout this process, the stress and strain results of each element are recorded at the conclusion of each step and utilized as inputs for the subsequent step. This iterative approach ensures that the stress and strain outcomes derived from the Drucker-Prager yield surface are incorporated into the stiffness maximization process, facilitating the identification of regions susceptible to damage from plastic strain. The regions pinpointed by the optimization algorithm are accumulated over the course of the analysis, highlighting areas within the masonry structure model that are prone to potential damage. These identified regions are then modeled separately at the meso-scale, while other areas remain modeled at the macro-scale. This dual-scale modeling technique drastically reduces computational costs by minimizing the number of meso-scale elements needed. The efficacy of the proposed method was validated through four numerical examples featuring varied boundary conditions and materials. The algorithm successfully identified potential damage zones, and the optimized models exhibited consistent behavior and crack patterns in comparison to fully meso-scale samples. The reductions in computational costs were significant: 21% in the validation model, 15.6% in the first numerical example, 63.5% in the second numerical example, and 58.6% in the third numerical example. This approach demonstrates a substantial advancement in efficiently modeling masonry structures at multiple scales.

Funding: This research did not receive any specific grant from funding agencies in the public, commercial, or not-for-profit sectors.

Conflicts of Interest: The authors declare no conflict of interest.

Author Contributions: All authors contributed to the reported work for conceptualization, methodology, validation, writing-review and editing, and supervision.

To Cite this article:
Khorami, N., Nikkho, A., Sadollah, A., Permanoon, A. and Hejazi, F. 2025. Reducing computational cost of meso-scale analysis of masonry structures using a combination of topology optimization and the drucker-prager yield criterion, Sharif Civil Engineering Journal, **41**(3), 35-46. https://doi.org/10.24200/j30.2024.64683.3336

E-ISSN: 2676-4776 © 2025 The Author(s). Sharif Civil Engineering Journal, Published by Sharif University of Technology

This is an open access article under the CC-BY 4.0 license.

مجله علمی مهندسی عمران شریف

https://sjce.journals.sharif.edu

مقاله‌ی پژوهشی

کاهش هزینه‌ی محاسباتی تحلیل سازه‌های بنایی در مقیاس مزو با استفاده از ترکیب بهینه‌سازی توپولوژی و معیار تسلیم دراگر- پراگر

نیما خرمی[۱]، علی نیکخو*[۱]، علی سعداله[۲]، علی پرمنون[۳] و فرزاد حجازی[۴]

[۱] دانشکده‌ی مهندسی عمران، دانشگاه علم و فرهنگ، تهران، ایران.

[۲] دانشکده‌ی مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و فرهنگ، تهران، ایران.

[۳] دانشکده‌ی مهندسی عمران، دانشگاه رازی کرمانشاه، ایران.

[۴] دانشکده‌ی مهندسی عمران، دانشگاه پترا، مالزی.

*نویسنده مسئول (nikkoo@usc.ac.ir)

اطلاعات مقاله

تاریخ دریافت : ۱۴۰۳/۰۳/۲۶

تاریخ اصلاحیه : ۱۴۰۳/۰۵/۲۸

تاریخ پذیرش : ۱۴۰۳/۰۶/۲۰

واژگان کلیدی:

سازه‌ی بنایی،

مقیاس ماکرو،

مقیاس مزو،

بهینه‌سازی،

بهینه‌سازی توپولوژی.

چکیده

همواره، پژوهشگران به مدل‌سازی عددی سازه‌های بنایی در مقیاس مزو علی‌رغم هزینه‌ی محاسباتی بالا، به‌دلیل دقت بالای نتایج توجه داشته‌اند. در نوشتار حاضر، رویکرد جدیدی با استفاده از ترکیب بهینه‌سازی توپولوژی و معیار تسلیم دراگر-پراگر برای کاهش حجم محاسبات تحلیل سازه‌های بنایی در مقیاس مزو ارائه شده‌است. در روش پیشنهادی، ابتدا مدل‌های عددی در مقیاس ماکرو با استفاده از معیار تسلیم دراگر-پراگر در چند گام متوالی تحت تحلیل بهینه‌سازی توپولوژی قرار می‌گیرند، تا نواحی مستعد ترک‌خوردگی شناسایی شوند. در ادامه، نواحی مذکور در یک مدل عددی بهینه‌شده در مقیاس مزو و سایر نواحی، که مستعد آسیب نیستند، در مقیاس ماکرو مدل می‌شوند تا حجم محاسبات کاهش یابد. در ادامه، روش پیشنهادی توسط مثال‌های عددی دیوارهای بنایی تأیید شده است؛ به صورتی که حجم محاسبات در مثال اعتبارسنجی ۲۱٪، در مثال اول ۱۵/۶٪، در مثال دوم ۶۳/۵٪، و در مثال سوم ۵۸.۶٪ کاهش پیدا کرده است.

۱. مقدمه

رویدادهای لرزه‌ای اخیر نشان داده‌اند که سازه‌های بنایی نسبت به سایر سازه‌های مهندسی، آمار تلفات جانی و تخریب بالاتری دارند.[۱ و ۲] از طرفی، با توجه به اینکه بیشتر سازه‌های تاریخی با استفاده از مصالح بنایی ساخته شده‌اند، انتخاب روش مناسب برای تحلیل و مقاوم‌سازی آن‌ها به‌خصوص در برابر زلزله اهمیت زیادی دارد.[۳] برخلاف سازه‌های فولادی و بتنی، که عملکرد آن‌ها با استفاده از دستورالعمل و روش‌های تحلیل موجود قابل‌بررسی است، رفتار سازه‌های بنایی پیچیده، متغیر، و غیرخطی است و ساختار ناهمگنی را تشکیل می‌دهند.[۴ و ۵] در گذشته، بررسی سازه‌های بنایی توسط آزمایش‌های شبیه‌سازی رفتار صورت می‌گرفت؛ که به‌دلیل هزینه‌ی بالا و زمان‌بربودن روش مذکور، روش‌های عددی و توسعه‌ی آن‌ها به‌عنوان راهکاری مناسب در شناسایی رفتار دقیق سازه‌های بنایی استفاده شده است. می‌توان از برخی از روش‌های عددی که در این زمینه کاربرد فراوان دارند، مانند: روش اجزاء محدود[۱]،[۶] روش‌های مبتنی بر مکانیک شکست،[۷] و روش اجزاء گسسته[۲]،[۸] نام برد. روش اجزاء محدود، مؤثرترین و پرکاربردترین روشی است که به‌سادگی در دسترس است و می‌تواند سازه‌های بنایی را تحت شرایط مرزی و مصالح مختلف با درنظرگرفتن جدیدترین روش‌های تحلیل سازه در سطوح تسلیم غیرخطی تحلیل کند.[۹] در روش اجزاء محدود می‌توان سازه‌های بنایی را با توجه به دقت نتایج موردنیاز در سه مقیاس: میکرو، مزو، و ماکرو مدل‌سازی و تحلیل کرد.[۱۰ و ۱۱] همچنین نتایج روش اجزاء محدود را می‌توان برای بهینه‌سازی طراحی سازه‌های بنایی و پیش‌بینی رفتار سازه‌های بنایی موجود استفاده‌کرد.[۱۲] مدل‌های اجزاء محدود در مقیاس ماکرو، علی‌رغم سادگی و هزینه‌ی محاسباتی مناسب نمی‌توانند به‌خوبی رفتار ریزساختارهای سازه‌های بنایی را بیان کنند.[۱۳ و ۱۴] در این مقیاس مجموعه‌ای از رفتار مکانیکی واحد بنایی، ملات، و اندرکنش بین ملات و واحد بنایی به‌عنوان رفتار مکانیکی سازه در نظر گرفته می‌شود و برای ساده‌سازی روند تحلیل، خصوصیات مصالح در سرتاسر سازه، همگن فرض

[1]. Finite Element Method

[2]. Discrete Element Method

استناد به این مقاله:

خرمی، نیما، نیکخو، علی، سعداله، علی، پرمون، علی و حجازی، فرزاد، ۱۴۰۴. کاهش هزینه‌ی محاسباتی تحلیل سازه‌های بنایی در مقیاس مزو با استفاده از ترکیب بهینه‌سازی توپولوژی و معیار تسلیم دراگر- پراگر. مهندسی عمران شریف، ۴۱(۳)، صص.۳۵-۴۶. https://doi.org/10.24200/j30.2024.64683.3336

شاپا الکترونیکی: ۲۶۷۶-۴۷۷۶

حق مولف © نویسندگان

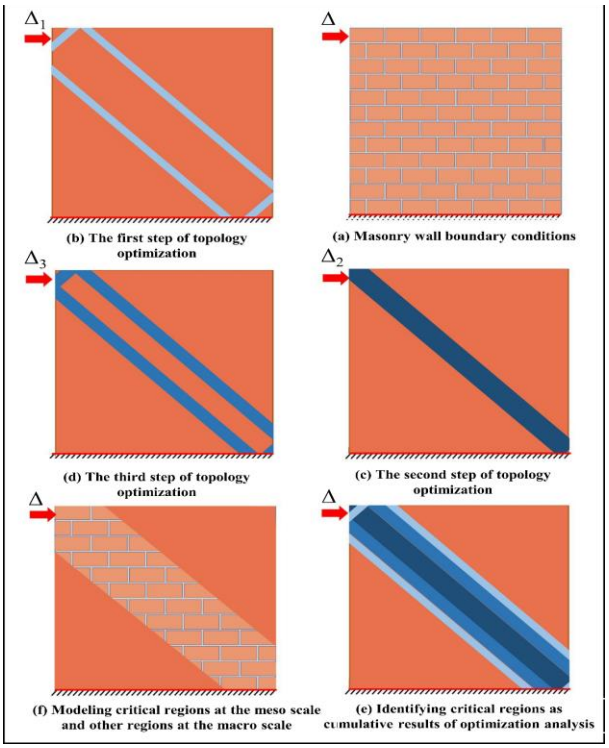
ناشر: دانشگاه صنعتی شریف

می‌شود.[۱۵] با توجه به رفتار نیمه‌تُرد سازه‌های بنایی، آن‌ها در کشش و فشار عملکرد متفاوتی دارند؛ به همین دلیل نواحی دچار خردشدگی و ترک‌خوردگی به‌درستی نمی‌توانند توسط توزیع تنش و کرنش بیان شوند. برای دستیابی به رفتار کلی سازه‌های بنایی می‌توان از معیار تسلیم دراگر- پراگر در مدل‌سازی عددی مقیاس ماکرو استفاده کرد؛[۱۶] که با پارامترهای زاویه‌ی اصطکاک داخلی و چسبندگی به خوبی میتواند رفتار مصالح تُرد و نیمه‌تُرد را که در فشار و کشش عملکرد متفاوتی دارند، بیان کند.[۱۷] در تحلیل سازه‌های بنایی در مقیاس مزو، رفتار دقیق سازه اهمیت زیادی دارد و به مسیر ترک‌ها و رفتار غیرخطی مصالح توجه زیادی می‌شود. در مقیاس مزو از المان‌های پیوسته برای واحدهای بنایی و المان‌های تماسی برای مدل‌سازی رفتار ملات استفاده می‌شود.[۱۸] در کنار دقت بالای تحلیل در مقیاس مزو، به‌دلیل تعداد بالای درجه‌های آزادی، به قدرت کامپیوتری بالایی احتیاج است؛ به‌صورتی که برای مدل‌سازی سازه‌های بنایی در مقیاس واقعی، مدل‌های در مقیاس مزو غیرعملی و غیرواقع‌بینانه هستند و هزینه‌ی محاسباتی بالایی دارند.[۱۹] فرایند بهینه‌سازی با توجه به متغیر طراحی، در حالت کلی به سه دسته‌ی بهینه‌سازی اندازه، شکل، و توپولوژی تقسیم می‌شود.[۲۰ و ۲۱] بهینه‌سازی توپولوژی، یکی از پرکاربردترین انواع بهینه‌سازی است، که هدف اصلی آن یافتن بهترین چیدمان مواد به‌منظور بهینه‌سازی یک تابع هدف با توجه به قیدهای طراحی است.[۲۲] روش‌های مختلفی برای بهینه‌سازی توپولوژی توسط پژوهشگران توسعه یافته است؛ که روش‌های ماده‌ی همسان‌گرد جامد با خطادهی (SIMP)[۱]،[۲۳] و بهینه‌سازی ساختاری تکاملی (ESO)[۲]،[۲۴] از پرکاربردترین آن‌ها هستند.[۲۵] روش ESO براساس ایده‌ی حذف تدریجی مواد غیرضروری از یک سازه عمل می‌کند؛ تا جایی که ساختار نهایی به سمت حالت بهینه تکامل پیدا کند. حالت توسعه‌یافته‌ی آن، بهینه‌سازی ساختاری تکاملی دوجهته (BESO)[۳] است،[۲۶] که اجازه می‌دهد تا مواد ناکارآمد از یک سازه حذف شوند و مواد کارآمد به‌طورهمزمان اضافه شوند. روش BESO به‌طورقابل‌توجهی استحکام فرآیند حل را در مقایسه با روش ESO افزایش می‌دهد. بهینه‌سازی توپولوژی کلاسیک براساس یک ماده‌ی واحد، توسعه یافته و در مواجهه با سیستم‌های مرکب، استفاده از رویکرد اخیر، همواره چالش‌برانگیز بوده است.[۲۷ و ۲۸] برای بهینه‌سازی توپولوژی سازه‌هایی که از دو ماده‌ی متفاوت تشکیل شده‌اند، معمولاً مواد با راندمان بالا را برای مناطق بحرانی سازه با مقدار تنش یا حساسیت بالا و مواد ناکارآمد را برای قسمت‌های غیرمهمی که مقدار تنش یا حساسیت کم است، استفاده می‌کنند. پژوهشگران براساس طرح درون‌یابی مواد و SIMP توانسته‌اند چارچوبی برای انطباق الگوریتم بهینه‌سازی توپولوژی در ساختارهای چندماده‌ای ارائه کنند، اما با توجه به پیچیدگی این موضوع همچنان مطالعه بر روی انطباق الگوریتم بهینه‌سازی در ساختارهای چندماده‌ای ادامه دارد.[۲۹-۳۳] در طی سال‌های گذشته، پژوهشگران در تلاش بوده‌اند تا با استفاده از بهینه‌سازی توپولوژی بر پایه‌ی اجزاء محدود، رویکردهای جدیدی در زمینه‌ی طراحی بهینه‌ی سازه‌ها ارائه دهند.[۳۴] در همین راستا، برخی دیگر از پژوهشگران نیز در تلاش بوده‌اند تا با ایجاد تعادل بین کمیت‌های سختی و مقاومت، به طراحی مطلوب دست یابند. کمینه‌سازی تنش فون میسز[۴]، یکی از الگوریتم‌های پرکاربرد در این زمینه است؛ اما استفاده از آن به‌خصوص در ساختارهای با رفتار تُرد، بیشترین تنش در سازه‌ی تحت طراحی را ارائه نمی‌دهد.[۳۵ و ۳۶] بیشینه‌سازی سختی نیز یکی دیگر از رویکردهای بهینه‌سازی طراحی به‌شمار می‌رود، که بر مبنای کمینه‌سازی انرژی کرنشی، در ساختارهایی که با محدودیت سختی مواجه هستند، استفاده می‌شود؛ که نتیجه‌ای تقریباً مشابه با الگوی کمینه‌سازی تنش ارائه می‌دهد.[۲۳ و ۳۷]

در نوشتار حاضر، روشی جدید برای کاهش هزینه‌ی محاسباتی مدل‌سازی عددی سازه‌های بنایی در مقیاس مزو ارائه شده است؛ به‌صورتی که نمونه‌ها ابتدا با رفتار دراگر- پراگر[۵] الاستیک در گام‌های متوالی تحت تحلیل بهینه‌سازی توپولوژی قرار گیرند و نواحی مستعد آسیب شناسایی شوند. در ادامه، در یک مدل جداگانه مناطق مذکور در مقیاس مزو و سایر مناطق که احتمال آسیب در آن‌ها کمتر بوده است، در مقیاس ماکرو مدل شده‌اند، تا حجم محاسبات تحلیل سازه‌ی بنایی در مقیاس مزو کاهش یابد.

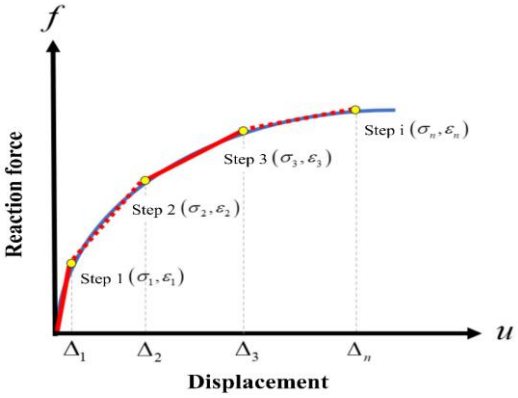
۲. روش پژوهش

دیوار بنایی که در شکل ۱- الف، با شرایط مرزی نشان داده شده است، در راستای چپ به راست پوش داده شده است. ابتدا دیوار در مقیاس ماکرو با درنظرگرفتن سطح تسلیم دراگر- پراگر برای رفتار غیرخطی آن مدل شده است. در ادامه، بارگذاری پوش‌آور استاتیکی به چند گام با روش جابجایی کنترل تقسیم شده است (مطابق شکل ۲)، به صورتی که مجموع جابجایی‌های هر گام معادل جابجایی کلی در نظرگرفته‌شده برای دیوار باشد. در هر گام، مدل‌ها تحت تحلیل بهینه‌سازی توپولوژی با هدف بیشینه‌ی سختی و محدودیت توزیع ماده قرار گرفته و المان‌های مؤثر دارای تنش و کرنش در هر گام شناسایی شده‌اند. در انتهای هر گام، نتایج تنش و کرنش هر المان ذخیره و به‌عنوان

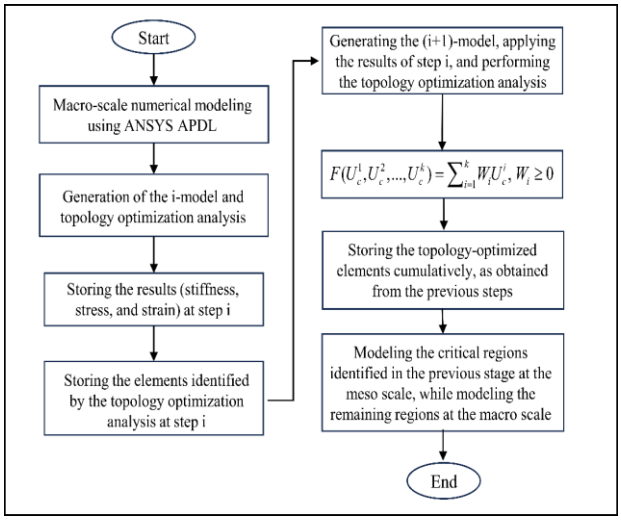


شکل ۱. روند کاهش هزینه‌ی محاسباتی تحلیل سازه بنایی در مقیاس مزو توسط بهینه‌سازی توپولوژی.

[1]. Solid Isotropic Material with Penalization
[2]. Evolutionary Structural Optimisation
[3]. Bidirectional Evolutionary Structural Optimisation
[4]. Von Mises
[5]. Drucker-Prager



شکل ۲. نحوه‌ی عملکرد فرایند بهینه‌سازی برای شناسایی نواحی بحرانی.



شکل ۳. فلوچارت کاهش هزینه‌ی محاسباتی تحلیل سازه‌ی بنایی در مقیاس مزو با استفاده از بهینه‌سازی توپولوژی.

ورودی در گام بعد استفاده شده‌اند. در گام بعدی، مدل اجزاء محدود دارای تنش و کرنش اولیه‌ی ناشی از تحلیل قبلی بوده است (تحلیل اجزاء محدود با درنظرگرفتن تنش و کرنش اولیه). الگوریتم کلاسیک بهینه‌سازی توپولوژی با رفتار خطی فقط نواحی بحرانی را با توجه به گام ۱ در نظر می‌گیرد؛ به عبارتی، نواحی‌ای که در اثر کشش ترک خورده و همچنین خرد شده‌اند، در خروجی الگوریتم مشاهده نمی‌شوند. در نوشتار حاضر، با ارائه‌ی رویکرد غیرخطی، نواحی مذکور شناسایی و به‌عنوان نواحی بحرانی ترک‌خوردگی (کشش) یا خردشدگی (فشار) برای مدل‌سازی در مقیاس مزو در نظر گرفته شده‌اند. در روش ارائه‌شده، با اعمال تنش و کرنش گام قبل به عنوان ورودی، تانسور تنش و کرنش اصلاح و شناسایی نواحی بحرانی به صورت غیرخطی انجام شده است. این فرایند توسط کد ورودی توسط کاربر در برنامه‌ی اجزاء محدود Ansys Apdl اعمال شده است. در ادامه، نواحی شناسایی‌شده توسط الگوریتم بهینه‌سازی به‌صورت تجمعی ذخیره شده و نواحی مستعد آسیب را در مدل سازه‌ی بنایی شکل داده‌اند (شکل ۱- و). درنهایت، نواحی اخیر در یک مدل جداگانه در مقیاس مزو و سایر نواحی در مقیاس ماکرو مدل‌سازی شده و مدل بهینه‌شده را تشکیل داده‌اند (شکل ۱- ه). با توجه به اینکه در مدل‌های مقیاس مزو، درجه‌های آزادی بسیار بیشتر از مدل‌های ماکرو است، در مدل بهینه‌شده، تعداد المان‌ها و گره‌های مقیاس مزو کاهش می‌یابد و جای خود را به المان‌های ماکرو می‌دهند؛ لذا هزینه‌ی محاسباتی به مقدار قابل‌توجهی کاهش پیدا می‌کند. در شکل ۳، فلوچارت کاهش هزینه‌ی محاسباتی تحلیل سازه‌های بنایی در مقیاس مزو به‌صورت منسجم مشاهده می‌شود.

۳. معادله‌های حاکم

در روش ارائه‌شده در نوشتار حاضر، نواحی بحرانی توسط الگوریتم بهینه‌سازی توپولوژی در مقیاس ماکرو شناسایی و در یک مدل بهینه‌شده، نواحی بحرانی در مقیاس مزو و سایر نواحی در مقیاس ماکرو مدل شده‌اند. در بخش کنونی، ابتدا فرمولاسیون بهینه‌سازی توپولوژی و در ادامه، رفتار مواد نیمه‌تُرد در معیار تسلیم دراگر- پراگر، و مدل‌سازی سازه‌های بنایی در مقیاس مزو شرح داده شده است.

۱.۳. بهینه‌سازی توپولوژی

هدف اصلی بهینه‌سازی توپولوژی، پیداکردن توزیع بهینه از کسر حجمی مشخص‌شده از مواد در یک دامنه‌ی طراحی انتخاب‌شده با پیداکردن طرح بهینه از یک سازه در یک محدوده‌ی مشخص‌شده است.[۳۸] در واقع، هدف بهینه‌سازی توپولوژی، یافتن بهترین چیدمان مواد به‌منظور بهینه‌سازی یک تابع هدف (سختی، بسامد طبیعی، و تنش) با توجه به قیدهای طراحی است. فرم عمومی مسئله‌ی بهینه‌سازی توپولوژی به صورت رابطه‌ی ۱ است:

$$OBJ = a\ minimum/maximum\ \eta_i$$
$$s.t\begin{cases}0<\eta_i\leq 1 \quad (i=1,2,3,....,N)\\ \underline{CON_j}\leq CON_j\leq \overline{CON_j} \quad (j=1,2,3,....,N)\end{cases} \qquad (1)$$

بهینه‌سازی توپولوژی به دنبال کمینه‌سازی یا بیشینه‌سازی تابع هدف OBJ است، که به محدودیت‌های تعیین‌شده‌ی CON وابسته است. در رابطه‌ی ۱، (η_i) متغیرهای طراحی هستند و به هر المان اجزاء محدود (i) در مسئله‌ی توپولوژی اختصاص داده می‌شوند. N تعداد المان‌ها، M تعداد قیدهای طراحی، $\underline{CON_j}$ حد پایین، $\overline{CON_j}$ حد بالا، و CON_j مقدار محاسبه‌شده‌ی قید طراحی مرحله‌ی j هستند.

۲.۳. بهینه‌سازی توپولوژی بر مبنای بیشینه‌ی سختی استاتیکی با محدودیت حجم

در الگوریتم بهینه‌سازی توپولوژی، کمینه‌سازی تنش یا بیشینه‌ی سختی، منجر به جواب‌های تقریباً یکسانی می‌شود؛ لذا در نوشتار حاضر از روش بیشینه‌ی سختی با کمترین مقدار ماده‌ی مصرفی برای شناسایی مناطق بحرانی استفاده شده است. با توجه به اینکه دستیابی به بیشینه‌ی سختی، معادل کمینه‌سازی انرژی سازه است، فرمولاسیون کلی بهینه‌سازی توپولوژی بر مبنای بیشینه‌ی سختی برای شناسایی مناطق بحرانی به‌صورت رابطه‌ی ۲ بیان می‌شود:[۳۶ و ۳۹]

$$U_c = a\ minimum\ \eta_i$$
$$subject\ to\ 0<\eta_i\leq 1\ \ (i=1,2,3,...,N) \qquad (2)$$
$$V\leq V_0 - V^*$$

که در آن، η ضریب بهینه‌سازی هر المان، V حجم مدل اجزاء محدود، V_0 حجم اولیه، و V^* مقدار ماده‌ای است که باید حذف شود، هستند. بهینه‌سازی توپولوژی ممکن است براساس یک یا چند ترکیب بارگذاری باشد. بر این اساس مقدار سختی موردنیاز (K) در هر ترکیب بارگذاری با اعمال ضریب وزنی طبق رابطه‌ی ۳ محاسبه می‌شود:

$$F(U_c^1,U_c^2,...,U_c^k)=\sum_{i=1}^{k}W_iU_c^i,\ W_i\geq 0 \qquad (3)$$

که در آن، W_i مقدار ضریب وزنی هر ترکیب بارگذاری براساس U_c است. در ادامه، حجم کلی المان‌ها براساس رابطه‌ی ۴ محاسبه می‌شود:

$$V=\sum_i \eta_i V_i$$
$$[E]=[E(\eta_i)]\{\sigma_i\}=[E]\{\varepsilon_i\} \quad (4)$$

که در آن، V_i حجم المان i اُم است. با توجه به اینکه مقدار تانسور مدول الاستیسیته به تانسور هر المان وابسته است، تانسور مدول الاستیسیته به تانسور تنش و کرنش وابسته خواهد شد؛ بنابراین، می‌توان نتیجه گرفت المان‌های موردنیاز در یک مسئله، بیشترین تنش و کرنش را خواهند داشت و امکان گسترش ترک در نواحی مذکور بیشتر است. با توجه به ایزوتروپیک[6] فرض‌شدن مدل‌های عددی سازه‌های بنایی در مقیاس ماکرو، این وابستگی به جهت تنش یا کرنش محدود نمی‌شود و در تمامی جهت‌ها به‌صورت یکنواخت عمل می‌کند. الگوریتم بهینه‌سازی توپولوژی معمولاً در حالت "بیشینه‌ی سختی استاتیکی با محدودیت حجم" در رابطه‌های ۲ الی ۴، از سطوح تسلیمی همانند فون میسز با رفتار یکسان در کشش و فشار استفاده می‌کنند. بنابراین، زمانی که رفتار ماده در کشش و فشار یکسان نیست، الگوریتم بهینه‌سازی توپولوژی، دقت مناسبی ندارد. لذا، در نوشتار حاضر، از سطح تسلیم دراگر- پراگر برای تحلیل مدل‌های اجزاء محدود استفاده شده است، تا در هنگام کمینه‌شدن انرژی کرنشی در الگوریتم بهینه‌سازی، رفتار نیمه‌تُرد (یکسان‌نبودن مقاومت‌های کششی و فشاری) مصالح در نظر گرفته شود. به‌صورتی که فرایند بهینه‌سازی به چند گام تقسیم و تنش کرنش هر گام به‌عنوان ورودی در گام بعد لحاظ می‌شود. در این حالت، تانسور تنش کرنش در رابطه‌ی ۴ اصلاح و تانسور کرنش اولیه ($\varepsilon_{ij}^{initial}$) مطابق رابطه‌ی ۵ در تانسور تنش کرنش لحاظ می‌شود.

$$\varepsilon_{ij}=\varepsilon_{ij}^{E}+\varepsilon_{ij}^{initial}+\varepsilon_{ij}^{T} \quad (5)$$

۳.۳. رفتار مواد نیمه‌تُرد در معیار تسلیم دراگر- پراگر

با توجه به رفتار نیمه‌تُرد سازه‌های بنایی، برای پیش‌بینی رفتار کلی سازه‌های بنایی، می‌توان از معیار تسلیم دراگر- پراگر در مدل‌سازی عددی مقیاس ماکرو استفاده کرد؛[۱۶] که در سال ۱۹۵۲،[۴۰] مطابق رابطه‌ی ۶ فرموله شده است:

$$F(\sigma)=\alpha J_1(\sigma)+\sqrt{J_2(\sigma)}-H \quad (6)$$

که در آن، J_1, J_2 ثابت‌های اول و دوم تانسور تنش انحرافی هستند؛ همچنین α ,H ثابت‌های معیار دراگر-پراگر هستند، که براساس مشخصات مصالح تغییر می‌کنند و می‌توان آن‌ها را توسط پارامترهای زاویه‌ی اصطکاک داخلی (ϕ) و چسبندگی (C) به شکل رابطه‌ی ۷ بیان کرد:[۱۸ و ۴۱]

$$\alpha=\frac{2\sin(\phi)}{\sqrt{3}(3-\sin(\phi))}, \quad H=\frac{6C\cos(\phi)}{\sqrt{3}(3-\sin(\phi))} \quad (7)$$

برخی از مواد مانند بتن و منشور بنایی، ممکن است توسط مقاومت‌های فشاری (f_m') و کششی (f_t) تعریف شوند. در این حالت با جایگذاری وضعیت تنش‌های اصلی به‌صورت $(\sigma_1=\sigma_2=0,\ \sigma_3=-f_m')$ و $(\sigma_1=f_t,\ \sigma_2=\sigma_3=0)$ در رابطه‌ی ۶، رابطه‌ی ۸ به‌دست می‌آید:[۱۸]

$$\begin{cases}-\alpha f_m'+\dfrac{1}{\sqrt{3}}f_m'-H=0\\ \alpha f_t+\dfrac{1}{\sqrt{3}}f_t-H=0\end{cases} \quad (8)$$

با حل رابطه‌ی ۸، ثابت‌های α ,H به شکل رابطه‌ی ۹ براساس مقاومت‌های فشاری و کششی تعریف می‌شوند:

$$\alpha=\frac{f_m'-f_t}{\sqrt{3}(f_m'+f_t)}, \quad H=\frac{2f_m'f_t}{\sqrt{3}(f_m'+f_t)} \quad (9)$$

درنهایت با برابر قراردادن روابط ۷ و ۹، می‌توان پارامترهای زاویه‌ی اصطکاک داخلی و چسبندگی (بر حسب MPa) را طبق رابطه‌ی ۱۰ براساس مقاومت‌های فشاری و کششی تعریف کرد:

$$\phi=\mathrm{Sin}^{-1}\left(\frac{3(f_m'-f_t)}{3f_m'+f_t}\right), \quad C=\frac{f_m'f_t(3-\sin(\phi))}{3\cos(\phi)(f_m'+f_t)} \quad (10)$$

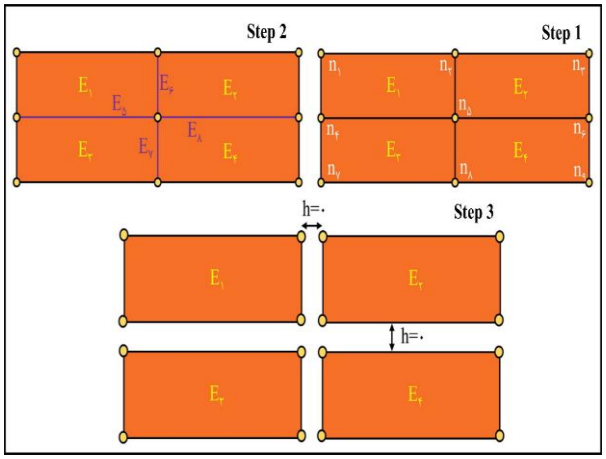
که در آن، پارامترهای f_m' و f_t از نتایج آزمایشگاهی استخراج می‌شوند. با وجود این، در صورتی که مقدار مقاومت کششی در دسترس نباشد، می‌توان از رابطه‌ی ۱۱ استفاده کرد.[۱۹]

$$0.03f_m'<f_t<0.09f_m' \quad (11)$$

۴.۳. مدل‌سازی سازه‌های بنایی در مقیاس مزو

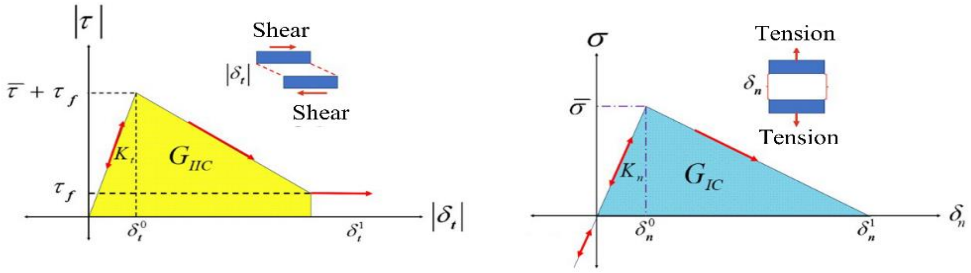
در مدل‌سازی سازه‌های بنایی در مقیاس مزو، روش گسسته‌سازی تکه‌ای (MFT)[7] کاربرد دارد؛ که منجر به کاهش قابل‌توجه زمان و هزینه‌ی محاسباتی در مقایسه با روش‌های مش‌بندی یکنواخت می‌شود. در روش MFT، واحد بنایی، درزهای افقی و قائم، و المان تماسی بین واحدهای بنایی به‌صورت مزو مدل می‌شوند. مراحل انجام گسسته‌سازی تکه‌ای در شکل ۴ مشاهده می‌شود.

برای درنظرگرفتن رفتار ملات در بین آجرها، از مدل ناحیه‌ی چسبندگی (CZM)[8]،[۴۲] استفاده شده است. مدل CZM ، گسترش ترک را بر مبنای قانون تنش- جدایش مدل‌سازی می‌کند و پیدایش شکست به‌عنوان یک پدیده‌ی تدریجی در نظر گرفته می‌شود. جزئیات بیشتر مدل CZM در نوشتارهای ۴۲ الی ۴۴ بیان شده است. در نوشتار حاضر، با توجه به شکل ۵، در مدل CZM از رفتار دوخطی برای محاسبه‌ی تنش نرمال و برشی بین المان‌ها استفاده شده است (رابطه‌های ۱۲-۱۵).[۴۵] در مدل CZM، رفتار در فشار به صورت خطی در نظر گرفته می‌شود. اما با توجه به اینکه مجموعه‌ی واحد بنایی و ملات، عملکرد نهایی رفتار منشور بنایی در مقیاس مزو را تعیین می‌کنند، رفتار مجموعه‌ی منشور بنایی در کشش و برش از مدل CZM و در فشار، مطابق معیار تسلیم واحد بنایی عمل می‌کند.



شکل ۴. روند گسسته‌سازی تکه‌ای در مدل‌سازی عددی نواحی بحرانی در مقیاس مزو.

[6] Isotropic
[7] Mesh fragmentation technique
[8]. Cohesive zone model



(a) Mode 1, contact surface behavior in tension

(b) Mode 2, contact surface behavior in shear

شکل ۵. تصویر مودهای اول و دوم مدل CZM در مدل‌سازی سطح تماس واحدهای بنایی.

جدول ۱. مشخصات رفتار و المان‌های مدل‌های بهینه‌شده.

Stage	Part	Constitutive model	Scale	Element
One	Wall	Drucker–Prager	Macro	SOLID 65
Two	Non-critical regions	Drucker–Prager	Macro	SOLID 65
	Brick	Menetrey–Willam	Meso	PLANE182
	Mortar	CZM		CONTA172 Target169

$$\sigma = \begin{cases} \dfrac{\bar{\sigma}}{\delta_n^0}\delta_n, & \text{if } \delta_n < \delta_n^0 \\ \dfrac{\delta_n^1 - \delta_n}{\delta_n^1 - \delta_n^0}\bar{\sigma}, & \text{if } \delta_n^0 < \delta_n < \delta_n^1 \\ 0, & \text{if } \delta_n \geq \delta_n^1 \end{cases} \quad (12)$$

$$|\tau| = \begin{cases} \dfrac{\delta_t}{\delta_t^0}(\bar{\tau} + \tau_f), & \text{if } |\delta_t| < \delta_t^0 \\ \dfrac{\delta_t^1 - \delta_t}{\delta_t^1 - \delta_t^0}(\bar{\tau} + \tau_f), & \text{if } \delta_t^0 < |\delta_t| < \delta_t^1 \\ \tau_f, & \text{if } |\delta_t| \geq \delta_t^1 \end{cases} \quad (13)$$

$$\tau_f = \begin{cases} -\mu\sigma & \text{if } \sigma < 0 \\ 0 & \text{if } \sigma > 0 \end{cases} \quad (14)$$

$$D = \sqrt{\left(\frac{G_I}{G_{IC}}\right)^2 + \left(\frac{G_{II}}{G_{IIC}}\right)^2} \quad (15)$$

که در آن‌ها، به‌ترتیب، $\bar{\sigma}, \bar{\tau}$ مقدار مقاومت‌های برشی و کششی المان تماسی، δ_n, δ_t مقادیر جدایش المان تماسی در راستای نرمال و برشی، δ_n^0, δ_t^0 مقادیر نرمال و برشی اولین جدایش ماندگار، و δ_n^1, δ_t^1 مقدار نرمال و برشی جابجایی در انتهای خرابی هستند. در رابطه‌ی ۱۵، G_{IC}, G_{IIC} به‌ترتیب نرخ رهایی انرژی بحرانی در کشش و برش (چقرمگی شکست)، G_I, G_{II} به‌ترتیب مقدار انرژی جذب‌شده در راستای نرمال و برشی و درنهایت، D شاخص خسارت است، که مقداری بین ۰ تا ۱ دارد.

۴. مدل‌های عددی

برای تأیید رویکرد ارائه‌شده، ابتدا یک نمونه دیوار برشی به‌منظور اعتبارسنجی و در ادامه، به‌منظور روشن‌ترشدن موضوع، سه نمونه دیوار بنایی با شرایط مرزی و مصالح مختلف بررسی شده‌اند. تمامی مدل‌ها در دو حالت با مقیاس‌های " مزو " و " بهینه‌شده" مدل‌سازی و از نظر دقت نتایج و هزینه‌ی محاسباتی با هم مقایسه شده‌اند. با توجه به فلوچارت شکل ۳، روند ساخت مدل بهینه‌شده در دو مرحله انجام شده است: در مرحله‌ی اول، یا گام‌های بهینه‌سازی، مدل‌ها در مقیاس ماکرو و رفتار دراگر- پراگر تحت بهینه‌سازی توپولوژی قرار گرفته‌اند. در ادامه، پس از شناسایی نواحی بحرانی، در بخش‌های ماکروی مدل بهینه‌شده نیز از معیار دراگر- پراگر استفاده شده است. برای بخش‌های مزوی مدل بهینه‌شده و همچنین مدل‌های عددی مقیاس مزو از معیار منتری- ویلام برای آجرها و مدل CZM مطابق بخش ۴.۳ برای رفتار ملات استفاده شده است. در جدول ۱، مدل‌های رفتاری و المان‌های استفاده‌شده برای هر مرحله در مدل بهینه‌شده ارائه‌شده‌اند. در مقایسه‌ی هزینه‌ی محاسباتی، تعداد معادله‌های مدل‌های عددی مقایسه شده‌اند. این تذکر لازم است که برای مقایسه‌ی دقیق، مجموع هزینه‌ی محاسباتی گام‌های بهینه‌سازی و مدل بهینه‌شده با مدل مزو مقایسه شده است.

۴.۱. مثال اعتبارسنجی

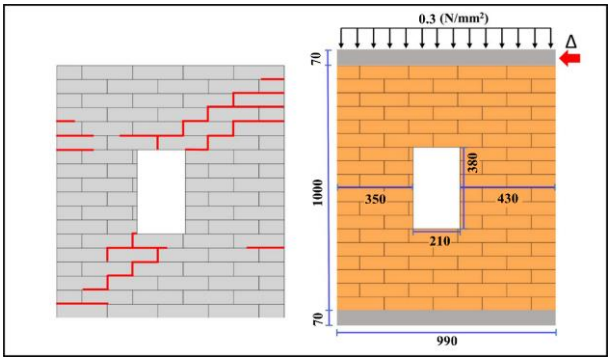
در مثال حاضر، بررسی روند ارائه‌شده توسط نمونه‌ی دیوار برشی بازشودار ارائه شده است. دیوار توسط ورملوورت[9] و همکاران (۱۹۹۲)،[۴۶] به‌صورت شبه‌استاتیکی آزمایش شده و اساس کار بسیاری از پژوهشگران برای مطالعه‌ی سازه‌های بنایی و مدل‌های عددی قرار گرفته است.[۴۷ و ۴۸] دیوار مذکور به ضخامت ۱۰۰، ارتفاع ۱۰۰۰، و عرض ۹۹۰ میلی‌متر بوده است؛ که یک بازشو در وسط آن به‌صورت نامتقارن تعبیه شده و یک سربار ثابت به مقدار ۰/۳ (Mpa) در بالای آن قرار گرفته است. در شکل ۶، شرایط مرزی و الگوی ترک‌خوردگی دیوار نمونه مشاهده می‌شود.

در جدول ۲، مشخصات مصالح مدل‌های عددی دیوار برشی طبق مرجع اصلی ارائه شده است. برای شناسایی نواحی بحرانی توسط الگوریتم ارائه‌شده، بارگذاری کلی دیوار به چند گام دلخواه تقسیم شده است. با توجه به اینکه

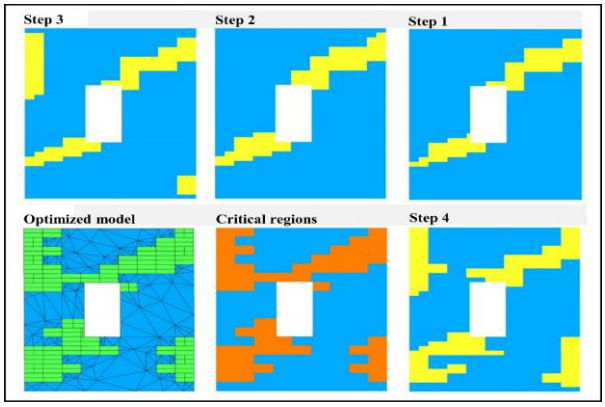
[9] Vermeltvoort

جدول ۲. مشخصات مصالح مثال دیوار برشی.

	f'_m (MPa)	f_t (MPa)	G_{II} (N/mm)	G_I (N/mm)	ϕ $(°)$	C (Mpa)	ν	E (Gpa)
Masonry Prisms	10.5	0.25	-	-	36	0.25	0.14	8.7
Mortar	-	-	0.125	0.018	-	-	0.14	7.82
Brick	-	-	-	-	-	-	0.15	16.7

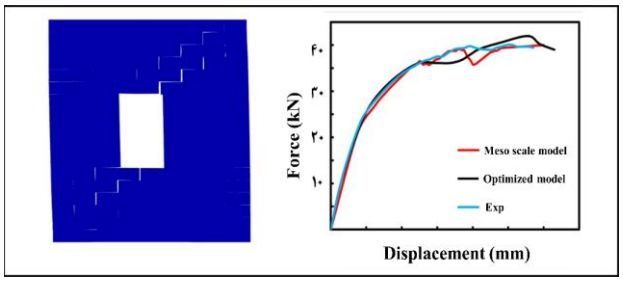


شکل ۶. شرایط مرزی و الگوی ترک‌خوردگی مدل دیوار برشی (ابعاد بر حسب میلی‌متر).

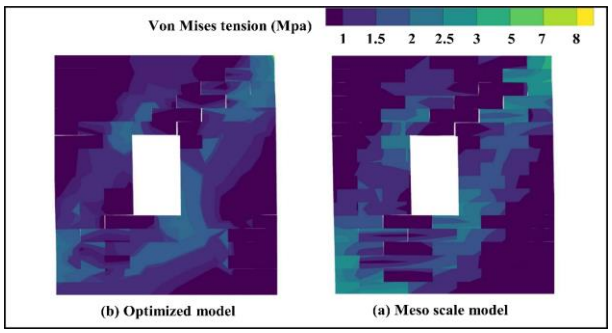


شکل ۷. روند ساخت مدل عددی بهینه‌شده در مثال دیوار برشی.

بیشینه‌ی جابجایی دیوار طبق نتایج آزمایشگاهی ۳ میلی‌متر به‌دست آمده است؛ در گام اول، دیوار با رفتار دراگر- پراگر به مقدار ۰/۷۵ میلی‌متر در راستای راست به چپ پوش داده شده و به‌صورت هم‌زمان تحلیل بهینه‌سازی انجام گرفته است. در انتهای فرایند گام اول، المان‌های بحرانی شناسایی‌شده توسط الگوریتم بهینه‌سازی، و مقدار تنش و کرنش هر المان، که با توجه به معیار دراگر- پراگر به‌دست آمده‌اند، ذخیره شده‌اند. در گام دوم، دیوار در یک مدل جداگانه‌ی مجدد به میزان ۰/۷۵ میلی‌متر پوش داده شده و تنش کرنش گام اول، به‌عنوان تنش کرنش اولیه در شروع فرایند به المان‌ها اختصاص یافته و مجدد تحلیل بهینه‌سازی انجام شده است. واردکردن تنش و کرنش حاصل از گام قبل در گام بعد باعث می‌شود که تحلیل بهینه‌سازی توانایی شناسایی مناطقی، که به‌صورت کششی تسلیم می‌شوند، را نیز داشته باشد. در ادامه، پس از اتمام فرایند بهینه‌سازی، نواحی بحرانی شناسایی‌شده در هرگام بهینه‌سازی به‌صورت تجمعی ذخیره و مدل بهینه‌شده ساخته شده است. در شکل ۷، روند ساخت مدل بهینه‌شده و سپس دیوار در مقیاس مزو مدل‌سازی و تحلیل شده و نتایج آن با مدل بهینه‌شده مقایسه شده است. در شکل ۸، الگوی



شکل ۸. نمودار نیرو جابجایی مدل‌های عددی در مقایسه با نمونه‌ی آزمایشگاهی به‌همراه الگوی ترک‌خوردگی مدل مزو.



شکل ۹. الگوی ترک‌خوردگی و کانتور تنش فون میسز در مدل‌های بهینه‌شده و مزو.

ترک‌خوردگی مدل مزو و نمودار نیرو- جابجایی مدل‌های عددی در مقایسه با نتایج آزمایشگاهی مشاهده می‌شوند؛ که مطابق آن، تطابق مناسبی بین رفتار مدل بهینه‌شده در مقایسه با مدل مزو و نمونه‌ی آزمایشگاهی مشاهده می‌شود. بیشتربودن سختی اولیه و بیشینه‌ی نیرو در مدل بهینه‌شده، ناشی از رفتار الاستیک پرفکتو پلاستیک[10] المان‌های ماکرو است. هر چقدر المان‌های ماکرو در مدل عددی بیشتر باشند، سختی اولیه بیشتر خواهد بود. در شکل ۹، الگوی ترک‌خوردگی و کانتور توزیع تنش فون میسز مدل بهینه‌شده در مقایسه با مدل مزو مشاهده می‌شود.

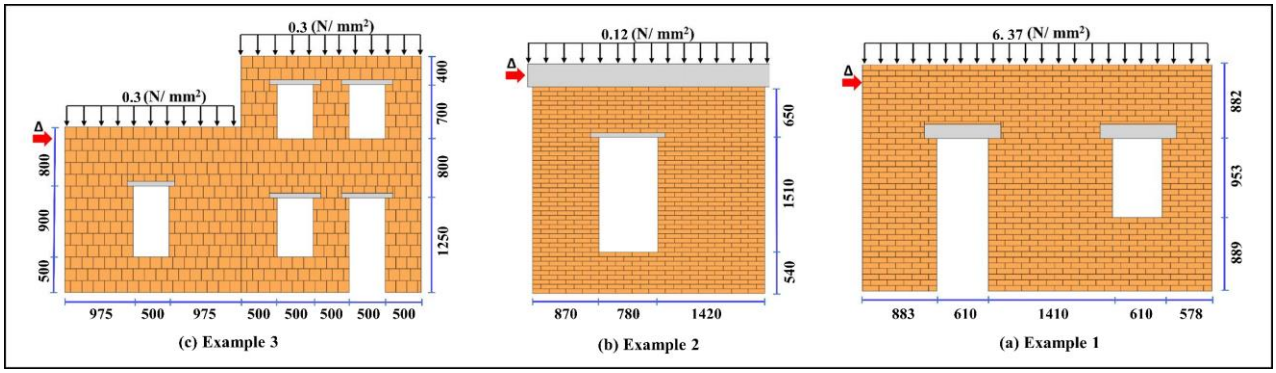
در شکل ۹، مدل مزو و بهینه‌شده، تطابق مناسبی در الگوی ترک‌خوردگی و توزیع کانتور تنش نشان می‌دهند. به‌صورتی که ترک‌های قطری و تمرکز تنش در بالا و پایین قسمت بازشو در مدل بهینه‌شده به‌خوبی مشهود است؛ که نمایانگر کارکرد صحیح الگوریتم ارائه‌شده است. هزینه‌ی محاسباتی در مدل بهینه‌شده به‌صورت مؤثری کاهش پیدا کرده است. در پژوهش حاضر، منظور از هزینه‌ی محاسباتی، تعداد معادله‌هایی است که محاسبه شده‌اند؛ که با توجه به نوع تحلیل، شرایط مرزی سازه، مصالح، نوع المان، و اندازه‌ی مش‌بندی متغیر هستند. تعداد معادله‌ها با ضرب تعداد گره‌های هر المان در تعداد درجه‌های آزادی آن محاسبه می‌شود. در مثال کنونی، در مدل مزو، ۱۴۵۸۰ معادله محاسبه شده است. از طرفی، در مدل بهینه‌شده، ۹۵۲۰ معادله و برای چهار

[10]. Elastic perfectly plastic

گام بهینه‌سازی در مجموع ۱۹۴۴ معادله محاسبه شده است، که کاهش ۲۱/۳ درصدی حجم محاسبات مقیاس بهینه‌شده نسبت به مقیاس مزو را نشان‌می‌دهد.

۲.۴. مثال‌های عددی

در بخش حاضر، سه نمونه دیوار بنایی با شرایط مرزی مختلف برای درک بهتر روش ارائه‌شده به‌صورت عددی در مقیاس‌های مزو و مزوی بهینه‌شده بررسی شده‌اند. شرایط مرزی دیوارها در شکل ۱۰ مشاهده می‌شوند. مثال اول، یک وجه از یک سازه‌ی بنایی یک طبقه‌ی بازشودار است، که توسط پاکت[11] و همکاران (۲۰۰۶)،[۴۹] به‌صورت آزمایشگاهی مطالعه شده است. دیوار مذکور به ارتفاع ۲۷۲۴ و عرض ۴۰۹۱ میلی‌متر یک وجه از یک سازه‌ی بنایی متقارن است، که ۱۹۰ میلی‌متر ضخامت دارد و بار قائم با شدت ۶/۳۷ (N/mm^2) در بالای آن قرار دارد. در شکل ۱۰- الف، شرایط مرزی دیوار موردنظر مشاهده می‌شود. اطلاعات تکمیلی دیوار اخیر را می‌توان در برخی نوشتارها،[۵۰ و ۵۱] مشاهده کرد. مثال دوم، یک دیوار برشی به ضخامت ۱۰۰، ارتفاع ۳۰۷۰، و عرض ۲۶۹۰ میلی‌متر بوده است؛ که یک بازشو به‌صورت نامتقارن در آن در نظر گرفته شده است. دیوار ذکرشده به‌منظور تأثیر بهسازی دیوارهای دارای ترک، توسط دروگکس و همکاران (۲۰۲۰)،[۵۲] به‌صورت آزمایشگاهی و عددی مطالعه و برای آن، یک سربار ثابت با شدت ۰/۱۲ (N/mm^2) در نظر گرفته شده است. در شکل ۱۰- ب، ابعاد و شرایط مرزی دیوار مثال دوم مشاهده می‌شود. برای مثال سوم، یک وجه از یک سازه‌ی بنایی دو طبقه در نظر گرفته شده است، که توسط گاگلیاردو[12] و همکاران (۲۰۲۳)،[۵۳] به‌صورت آزمایشگاهی و عددی بررسی شده است. دیوار اخیر با ضخامت ۳۰۰ میلی‌متر از دو بخش مجزا تشکیل شده است؛ که بخش اول به عرض ۲۴۵۰ و ارتفاع ۲۲۰۰ میلی‌متر بوده و یک بازشو در وسط آن تعبیه شده است. بخش دوم، به عرض ۲۵۰۰ و ارتفاع ۳۱۵۰ میلی‌متر در دو طبقه‌ی بازشودار در مجاورت قسمت اول قرار داشته است. در دیوار مذکور بار قائم با شدت ۰/۳ (N/mm^2) به‌صورت یکنواخت در بالای هر دو قسمت اعمال شده است. در شکل ۱۰- ج، ابعاد و شرایط مرزی مثال سوم نمایش داده شده است. تمامی مثال‌ها با شرایط مرزی ذکرشده و مشخصات مصالح (مطابق جدول ۳)، ابتدا در مقیاس ماکرو مدل‌سازی شده و در چهار گام متوالی تحت تحلیل بهینه‌سازی توپولوژی قرار گرفته‌اند. در ادامه، با استفاده از نواحی شناسایی‌شده توسط الگوریتم بهینه‌سازی، مدل‌های بهینه‌شده ساخته و نتایج آن‌ها با مدل‌های مزو مقایسه شده‌اند. در شکل ۱۱، روند شناسایی نواحی بحرانی و ساخت مدل بهینه‌شده در مثال‌های عددی و در شکل ۱۲، الگوی ترک‌خوردگی و کانتور تنش فون میسز مدل بهینه‌شده و مدل مزو در مثال‌های عددی مشاهده می‌شوند. همان‌طور که در مدل‌های بهینه‌شده ملاحظه می‌شود، نواحی مستعد آسیب به‌خوبی توسط الگوریتم شناسایی شده‌اند و جدایش بین واحدهای بنایی در هر سه مثال در مدل بهینه‌شده به‌خوبی مشهود است. تطابق بین الگوهای ترک‌خوردگی مدل‌های بهینه‌شده و مزو، بیانگر این است که می‌توان با درنظرگرفتن فقط مدل بهینه‌شده در مدل‌سازی سازه‌های بنایی، در کنار نتایج با دقت بالا از هزینه‌ی پایین محاسباتی نیز بهره برد. در دیوار مثال اول، مطابق شکل ۱۲- الف، جدایش واحدهای بنایی در گوشه‌ی بالای هر دو بازشو به‌خوبی مشهود است؛ همچنین در پایین دیوار نیز ترک‌های کششی به‌خوبی مشاهده می‌شوند.



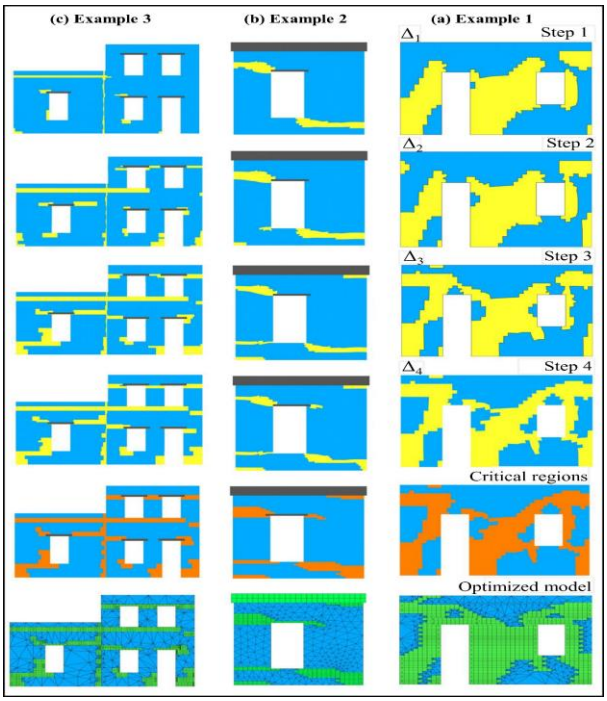
شکل ۱۰. ابعاد و شرایط مرزی مثال‌های عددی (ابعاد بر حسب میلی‌متر).

جدول ۳. مشخصات مصالح مثال‌های عددی.

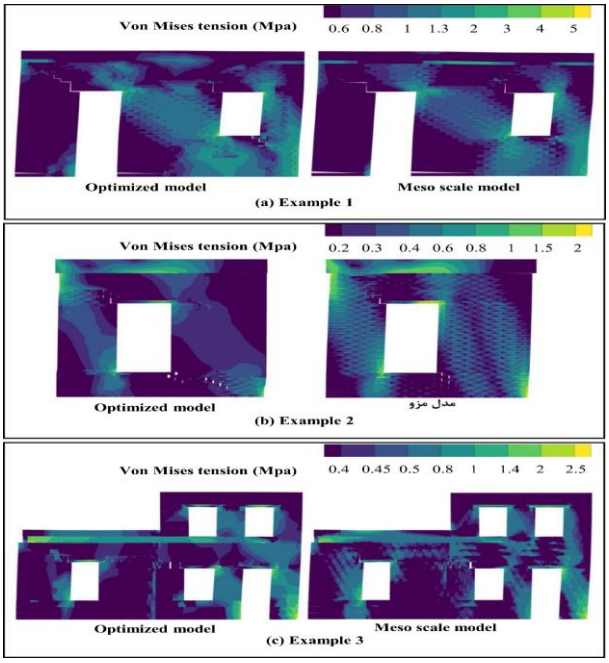
		f'_m (MPa)	f_t (MPa)	G_{II} (N/mm)	G_I (N/mm)	ϕ (°)	C (Mpa)	ν	E (Gpa)
Example 1	Masonry Prisms	22.2	0.18	-	-	32	0.078	0.2	18.8
	Mortar	-	-	0.01	0.0017	-		0.22	6.5
	Brick	-	-	-	-	-	-	0.18	20
Example 2	Masonry Prisms	13	0.08	-	-	35	0.3	0.2	3.2
	Mortar	-	-	0.013	0.007	-	-	0.2	1.05
	Brick	-	-	-	-	-	-	0.15	8
Example 3	Masonry Prisms	1.3	0.17	-	-	56	0.23	0.18	3.46
	Mortar	-	-	0.03	0.005	-	-	0.2	2.2
	Brick	-	-	-	-	-	-	0.15	5.4

[11] Paquette

[12] Gagliardo

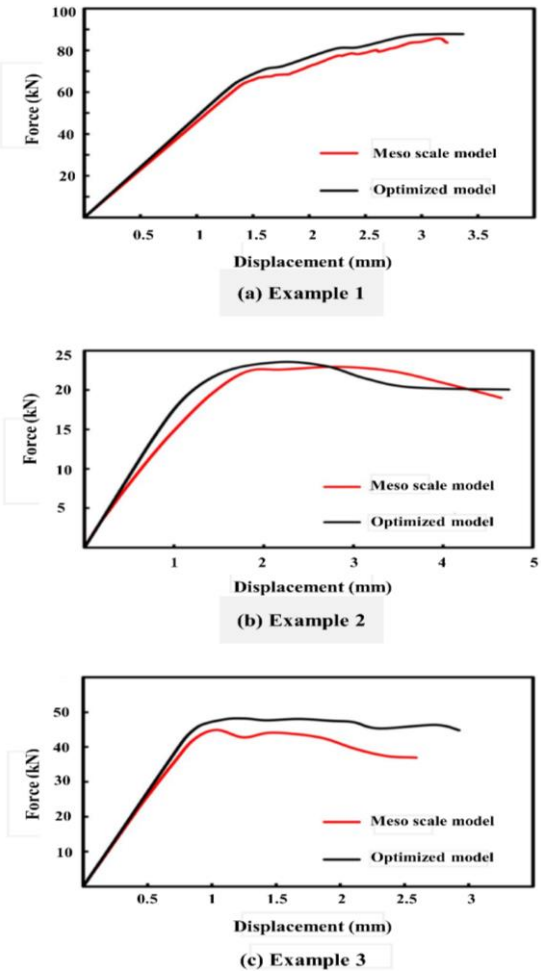


شکل ۱۱. گام‌های تحلیل بهینه‌سازی توپولوژی و ساخت مدل‌های بهینه‌ی مثال‌های عددی توسط نتایج تجمعی گام‌های بهینه‌سازی.



شکل ۱۲. الگوی ترک‌خوردگی و کانتور تنش فون میسز در مثال‌های عددی.

در نواحی آسیب‌دیده به‌دلیل جدایش المان‌ها، تنش منتقل نمی‌شود؛ در حالی که مناطقی که پس از ترک‌خوردگی سازه در انتقال نیرو شرکت کرده و دچار شکست نشده‌اند، جریان تنش را تا تکیه‌گاه منتقل می‌کنند. به‌دلیل راستای چپ به راست‌بودن پوش، قسمت پایینی دیوار در سمت چپ، ترک خورده و انتقال نیرو در آن ناحیه متوقف شده است؛ در حالی که قسمت پایین در سمت راست تمرکز تنش را نمایش می‌دهد. نتایج بیان‌شده در مثال‌های دوم و سوم نیز مشاهده می‌شود؛ به صورتی که با توجه به‌شکل‌های ۱۲ (ب و ج)، تطابق الگوی ترک‌خوردگی و توزیع تنش فون میسز در مدل مزو و مدل بهینه‌شده‌ی آن‌ها مشاهده می‌شود.



شکل ۱۳. مقایسه‌ی نمودارهای نیرو- جابجایی مثال‌های عددی در مدل‌های مزو و بهینه‌شده.

این تذکر لازم است که در مثال‌های دوم و سوم نیز به‌خوبی توقف نیرو در المان‌های آسیب‌دیده و تمرکز تنش در المان‌های هدایت‌کننده‌ی جریان نیرو به‌خوبی مشهود است. در شکل ۱۳، نمودار نیرو- جابجایی مثال‌های عددی مشاهده می‌شود؛ که مطابق آن، تطابق مناسبی بین نمودارهای مدل‌های بهینه‌شده و مدل‌های مزو ملاحظه می‌شود. شایان ذکر است که بیشتربودن سختی و بیشینه‌ی نیروی اولیه در مدل‌های بهینه‌شده نسبت به مدل‌های مزو ناشی از وجود بخش‌های ماکرو و رفتار الاستیک پرفکتو پلاستیک آن‌هاست.

همان‌طور که ذکر شده است، تعداد معادله‌های محاسبه‌شده با هزینه‌ی محاسباتی رابطه‌ی مستقیم دارد. در مدل مزو (در مثال اول)، ۴۰۶۶۸ معادله محاسبه شده است. برای فرایند بهینه‌سازی، در مجموع ۵۴۲۲ معادله و برای مدل بهینه‌شده، ۲۸۸۷۸ معادله محاسبه شده است، که کاهش ۱۵/۶ درصدی حجم محاسبات مقیاس بهینه‌شده نسبت به مقیاس مزو را در مثال اول نشان می‌دهد. برای مثال دوم، در مدل مقیاس مزو، ۷۳۶۹۸ معادله، برای فرایند بهینه‌سازی ۹۸۲۶ معادله، و برای مدل بهینه‌شده ۱۷۰۱۸ معادله محاسبه شده است؛ که کاهش ۶۳/۵ درصدی را در مدل بهینه‌شده نسبت به مدل مزو نشان می‌دهد. درنهایت، در مدل مزو (در مثال سوم)، ۷۴۴۰۰ معادله محاسبه شده است. برای فرایند بهینه‌سازی ۹۹۲۰ معادله و برای مدل بهینه‌شده، ۲۰۸۹۸ معادله محاسبه شده و هزینه‌ی محاسباتی به میزان ۵۸/۶٪ نسبت به مقیاس مزو کاهش پیدا کرده است. در جدول ۴، تعداد معادله‌های مراحل مختلف و مقدار درصد کاهش هزینه‌ی محاسباتی در هر مثال ارائه شده است.

جدول ۴. هزینه‌ی محاسباتی مثال‌های عددی.

	Optimization process	Optimized model equations	Meso-scale equations	Computational cost reduction (percentage)
Example 1	40668	28878	5422	15.6
Example 2	73698	17018	9826	63.6
Example 3	74400	20898	9920	58.6

۵. نتیجه‌گیری

در نوشتار حاضر، روش جدیدی با استفاده از ترکیب بهینه‌سازی توپولوژی و معیار تسلیم دراگر- پراگر برای کاهش حجم محاسبات تحلیل سازه‌های بنایی در مقیاس مزو ارائه شده است. در روش پیشنهادی، ابتدا مدل‌های عددی در مقیاس ماکرو با رفتار دراگر- پراگر به‌صورت عددی مدل شده و در ادامه، در چند گام متوالی تحت تحلیل بهینه‌سازی توپولوژی با هدف بیشینه‌ی سختی و محدودیت توزیع ماده قرار گرفته‌اند. در انتهای هر گام، نتایج تنش و کرنش المان‌ها ذخیره و به‌عنوان ورودی در گام بعد استفاده شده‌اند. این رویکرد باعث شده است که در فرایند بیشینه‌سازی سختی، طراحی بهینه توانایی شناسایی مناطقی که در اثر کرنش پلاستیک آسیب دیده‌اند، را نیز داشته باشد. در ادامه، نواحی شناسایی‌شده توسط الگوریتم بهینه‌سازی به‌صورت تجمعی ذخیره شده و نواحی مستعد آسیب را در مدل سازه‌ی بنایی شکل داده‌اند. درنهایت، با تشکیل مدل بهینه‌شده، نواحی شناسایی‌شده از الگوریتم بهینه‌سازی در مقیاس مزو و سایر نواحی در مقیاس ماکرو مدل‌سازی شده‌اند. در مدل بهینه‌شده، تعداد المان‌های مقیاس مزو کاهش یافته و جای خود را به المان‌های ماکرو داده‌اند؛ لذا هزینه‌ی محاسباتی به مقدار قابل‌توجهی کاهش پیدا کرده است. در ادامه، روش ارائه‌شده توسط ۴ مثال عددی با شرایط مرزی مختلف، تأیید و بررسی شده است. همچنین، مشاهده شده است که الگوریتم به درستی نواحی مستعد آسیب را شناسایی کرده و مدل‌های مقیاس بهینه، تطابق مناسبی از نظر رفتار و الگوی ترک‌خوردگی در مقایسه با نمونه‌های در مقیاس مزو نشان داده‌اند. در مدل‌های مطالعه‌شده، هزینه‌ی محاسباتی به‌شکل مؤثری کاهش پیدا کرده است؛ به‌صورتی که در مدل اعتبارسنجی، ۲۱/۳٪؛ در مدل عددی مثال اول،۱۵/۶٪؛ در مدل عددی مثال دوم، ۶۳/۶ ٪؛ و مدل عددی مثال سوم، ۵۸٪/۶، کاهش هزینه‌ی محاسباتی در مقایسه با مدل‌های مقیاس مزو ملاحظه شده است.

References- منابع

1. Varum, H. 2021. *Structural Characterization and Seismic Retrofitting of Adobe Constructions*. Springer.
2. Bilgin, H. and Hysenlliu, M. 2020. Comparison of near and far-fault ground motion effects on low and mid-rise masonry buildings, *Journal of Building Engineering*, *30*, p. 101248. Available at: https://doi.org/10.1016/j.jobe.2020.101248.
3. Latifi, R. and Rouhi, R. 2020. Seismic assessment and retrofitting of existing RC structures: Seismostruct and seismobuild implementation, *Civil Engineering and Architecture*, *8*(2), pp. 84–93. Available at: https://doi.org/10.13189/cea.2020.080206.
4. Shadlou, M. Ahmadi, E. and Kashani, M.M. 2020. Micromechanical modelling of mortar joints and brick-mortar interfaces in masonry Structures: A review of recent developments, *Structures*, *23*, pp. 831–844. Available at: https://doi.org/10.1016/j.istruc.2019.12.017.
5. Gregori, A. 2022. Simulating defects in brick masonry panels subjected to compressive loads, *Engineering Structures*, *263*. Available at: https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2022.114333.
6. Weber, M. Thoma, K. and Hofmann, J. 2021. Finite element analysis of masonry under a plane stress state, *Engineering Structures*, *226*. Available at: https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2020.111214.
7. Lubliner, J. 1989. A plastic-damage model for concrete, *International Journal of Solids and Structures*, *25*(3), pp. 299–326. Available at: https://doi.org/10.1016/0020-7683(89)90050-4.
8. Zhao, X. 2021. Meso-cracking characteristics of rubberized cement-stabilized aggregate by discrete element method, *Journal of Cleaner Production*, *316*. Available at: https://doi.org/10.1016/j.jclepro.2021.128374.
9. Zeng, B. Li, Y. and Cruz Noguez, C. 2021. Modeling and parameter importance investigation for simulating in-plane and out-of-plane behaviors of un-reinforced masonry walls, *Engineering Structures*, *248*. Available at: https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2021.113233.
10. Gregori, A. 2021. Numerical modelling of the mechanical behaviour of rubbercrete, *Computers and Structures*, *242*. Available at: https://doi.org/10.1016/j.compstruc.2020.106393.

11. Gregori, A. 2020. Modeling the Mechanical Response of Rubberised Concrete, in *Advanced Structured Materials*, pp. 341–352. Available at:https://doi.org/10.1007/978-3-030-50464-9_19.

12. Oukhlef, A. 2023. Identification of the pore size distribution of a porous medium using oscillating Newtonian fluids, *Physics Letters, Section A: General, Atomic and Solid State Physics*, *460*(5), p. 509. Available at: https://doi.org/10.1016/j.physleta.2022.128615.

13. Couto, R. Bento, R. and Gomes, R.C. 2020. Seismic performance and fragility curves of historical residential buildings in Lisbon downtown affected by settlements, *Bulletin of Earthquake Engineering*, *18*(11), pp. 5281–5307. Available at: https://doi.org/10.1007/s10518-020-00906-z.

14. Prosperi, A. 2023. Empirical fragility and ROC curves for masonry buildings subjected to settlements, *Journal of Building Engineering*, *68*(February), p. 106094. Available at: https://doi.org/10.1016/j.jobe.2023.106094.

15. Korany, Y. 2003. Mechanics and Modeling of URM Structures, *Proceedings of International Short Course on Architectural and Structural Design of Masonry*, pp. 1–28.

16. Abdulla, K.F. Cunningham, L.S. and Gillie, M. 2017. Simulating masonry wall behaviour using a simplified micro-model approach, *Engineering Structures*, *151*, pp. 349–365. Available at: https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2017.08.021.

17. Peng, B. 2018. Homogenization strategy for brick masonry walls under in-plane loading, *Construction and Building Materials*, *163*, pp. 656–667. Available at: https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2017.12.133.

18. Luo, Y. and Kang, Z. 2012. Topology optimization of continuum structures with Drucker-Prager yield stress constraints, *Computers and Structures*, *90–91*(1), pp. 65–75. Available at: https://doi.org/10.1016/j.compstruc.2011.10.008.

19. Tomazevic, M. 1999. Earthquakes and Seismic Performance of Masonry Buildings, in, pp. 5–33. Available at: https://doi.org/10.1142/9781848160835_0002.

20. Christensen, P.W. and Klarbring, A. 2008. An introduction to structural optimization, *Solid Mechanics and its Applications*, *153*, pp. 1–220. Available at: https://doi.org/10.1007/978-1-4020-8666-3_1.

21. BENDSOE, M.P. and SIGMUND, O. 2003. Topology Optimization - Theory, Methods, and Applications.

22. Bendsøe, M.P. 1989. Optimal shape design as a material distribution problem, *Structural Optimization*, *1*(4), pp. 193–202. Available at: https://doi.org/10.1007/BF01650949.

23. Bendsøe, M.P. and Sigmund, O. 1999. Material interpolation schemes in topology optimization, *Archive of Applied Mechanics*, *69*(9–10), pp. 635–654. Available at: https://doi.org/10.1007/s004190050248.

24. Querin, O.M. Steven, G.P. and Xie, Y.M. 1998. Evolutionary structural optimisation (ESO) using a bidirectional algorithm, *Engineering Computations (Swansea, Wales)*, *15*(8), pp. 1031–1048. Available at: https://doi.org/10.1108/02644409810244129.

25. Martin Philip Bendsoe and Noboru Kikuchi 1988. *Generating optimal topologies in structural design using a homogenization method*, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*.

26. Yang, X.Y. 1999. Bidirectional evolutionary method for stiffness optimization, *AIAA Journal*, *37*, pp. 1483–1488. Available at: https://doi.org/10.2514/3.14346.

27. Gangl, P. 2020. A multi-material topology optimization algorithm based on the topological derivative, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, *366*, p. 113090. Available at: https://doi.org/10.1016/j.cma.2020.113090.

28. Liu, P. Shi, L. and Kang, Z. 2020. Multi-material structural topology optimization considering material interfacial stress constraints, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, *363*, p. 112887. Available at: https://doi.org/10.1016/j.cma.2020.112887.

29. Huang, X. and Xie, Y.M. 2009. Bi-directional evolutionary topology optimization of continuum structures with one or multiple materials, *Computational Mechanics*, *43*(3), pp. 393–401. Available at: https://doi.org/10.1007/s00466-008-0312-0.

30. Banh, T.T. and Lee, D. 2018. Multi-material topology optimization design for continuum structures with crack patterns, *Composite Structures*, *186*, pp. 193–209. Available at: https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2017.11.088.

31. Li, Y. Yuan, P.F. and Xie, Y.M. 2023. Topology optimization of structures composed of more than two materials with different tensile and compressive properties, *Composite Structures*. Available at: https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2022.116609.

32. Sanders, E.D., Aguiló, M.A. and Paulino, G.H. 2018. Multi-material continuum topology optimization with arbitrary volume and mass constraints, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, *340*, pp. 798–823. Available at: https://doi.org/10.1016/j.cma.2018.01.032.

33. Sanders, E.D., Pereira, A. and Paulino, G.H. 2021. Optimal and continuous multilattice embedding,

Science Advances, *7*(16). Available at: https://doi.org/10.1126/sciadv.abf4838.

34. Wu, J. Sigmund, O. and Groen, J.P. 2021. Topology optimization of multi-scale structures: a review, *Structural and Multidisciplinary Optimization*, *63*(3), pp. 1455–1480. Available at: https://doi.org/10.1007/s00158-021-02881-8.

35. Li, Q. Steven, G.P. and Xie, Y.M. 1999. On equivalence between stress criterion and stiffness criterion in evolutionary structural optimization, *Structural Optimization*, *18*(1), pp. 67–73. Available at: https://doi.org/10.1007/BF01210693.

36. McKeown, J.J. 1997. A note on the equivalence between maximum stiffness and maximum strength trusses, *Engineering Optimization*, *29*(1–4), pp. 443–456. Available at: https://doi.org/10.1080/03052159708941007.

37. Papadrakakis, M. 1996. Advanced solution methods in topology optimization and shape sensitivity analysis, *Engineering Computations (Swansea, Wales)*, *13*(5), pp. 57–90. Available at: https://doi.org/10.1108/02644409610120696.

38. Eschenauer, H.A. and Olhoff, N. 2001. Topology optimization of continuum structures: A review, *Applied Mechanics Reviews*, *54*(4), pp. 331–390. Available at: https://doi.org/10.1115/1.1388075.

39. Munk, D.J. Vio, G.A. and Steven, G.P. 2015. Topology and shape optimization methods using evolutionary algorithms: a review, *Structural and Multidisciplinary Optimization*, *52*(3), pp. 613–631. Available at: https://doi.org/10.1007/s00158-015-1261-9.

40. Drucker, D.C. and Prager, W. 1952. Soil mechanics and plastic analysis or limit design, *Quarterly of Applied Mathematics*, *10*(2), pp. 157–165. Available at: https://doi.org/10.1090/qam/48291.

41. Chen, W.F. and Han, D.J. 1988. *Plasticity for Structural Engineers*, *Plasticity for Structural Engineers*. J. Ross publishing. Available at: https://doi.org/10.1007/978-1-4612-3864-5.

42. Alfano, G. and Crisfield, M.A. 2001. Finite element interface models for the delamination analysis of laminated composites: Mechanical and computational issues, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, *50*(7), pp. 1701–1736. Available at: https://doi.org/10.1002/nme.93.

43. Park, K. and Paulino, G.H. 2011. Cohesive zone models: A critical review of traction-separation relationships across fracture surfaces, *Applied Mechanics Reviews*, *64*(6). Available at: https://doi.org/10.1115/1.4023110.

44. Nguyen, V.P. *et al.* 2017. Modelling hydraulic fractures in porous media using flow cohesive interface elements, *Engineering Geology*, *225*, pp. 68–82. Available at: https://doi.org/10.1016/j.enggeo.2017.04.010.

45. Yang, Z.J. Li, B.B. and Wu, J.Y. 2019. X-ray computed tomography images based phase-field modeling of mesoscopic failure in concrete. *Engineering Fracture Mechanics*, 208, pp.151-170.

46. Deformation controlled tests in masonry shear wallsRaijmakers, TMJ and Vermeltfoort, A.T. 1992. Deformation controlled tests in masonry shear walls, *holandés), Report B-92-1156, TNO-Bouw, Delft, Países Bajos* [Preprint].

47. Rahbar, E. Permanoon, A. and Akhaveissy, A.H. 2023. Numerical evaluation of Masonry-Infill Frames: Analysis of lateral strength and failure modes on meso scale, *Structures*, pp. 779–793. Available at: https://doi.org/10.1016/j.istruc.2023.04.026.

48. Vandoren, B. 2013. Mesoscopic modelling of masonry using weak and strong discontinuities, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, *255*, pp. 167–182. Available at: https://doi.org/10.1016/j.cma.2012.11.005.

49. Paquette, J. and Bruneau, M. 2006. Pseudo-dynamic testing of unreinforced masonry building with flexible diaphragm and comparison with existing procedures, *Construction and Building Materials*, *20*(4), pp. 220–228. Available at: https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2005.08.025.

50. Akhaveissy, A.H. 2013. Limit state strength of unreinforced masonry structures, *Earthquake Spectra*, *29*(1), pp. 1–31. Available at: https://doi.org/10.1193/1.4000097.

51. Paquette, J. and Bruneau, M. 2006. Pseudo-dynamic testing of unreinforced masonry building with flexible diaphragm and comparison with existing procedures, *Construction and Building Materials*, *20*(4), pp. 220–228. Available at: https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2005.08.025.

52. Drougkas, A. 2020. In-plane seismic behaviour of retrofitted masonry walls subjected to subsidence-induced damage, *Engineering Structures*, *223*(May), p. 111192. Available at: https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2020.111192.

53. Gagliardo, R. 2023. Seismic analysis of failure mechanisms in adjacent interacting stone masonry buildings via rigid block modeling, *Bulletin of Earthquake Engineering* [Preprint], (0123456789). Available at: https://doi.org/10.1007/s10518-023-01659-1.